

# Penerapan Algoritma *Brute Force* dalam Pencarian Semua Solusi Permainan 24

Farhan Nur Hidayat Denira 13519071

Program Studi Teknik Informatika  
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika  
Institut Teknologi Bandung, Jalan Ganesha 10 Bandung  
E-mail (gmail): 13519071@std.stei.itb.ac.id

**Abstraksi**— Permainan 24 adalah sebuah permainan aritmatik yang menyenangkan dan menarik untuk dicari solusinya. Permainan ini biasa dimainkan menggunakan kartu remi, tetapi sekarang permainan ini sudah banyak tersedia di internet. Pada awal permainan akan diambil empat angka acak, kemudian para pemain harus membentuk angka 24 dengan melakukan operasi hitung pertambahan, pengurangan, perkalian, dan/atau pembagian terhadap keempat angka tersebut. Pada makalah ini akan dijelaskan penerapan algoritma *Brute Force* dalam pencarian solusi permainan 24.

**Keywords**—*brute force; solusi; permainan; 24; algoritma, matematika*

## I. PENDAHULUAN

Permainan 24 merupakan permainan yang menggunakan matematika dan perhitungan dalam memainkannya. Pada awalnya permainan ini biasa dimainkan menggunakan kartu remi. Ada banyak variasi aturan yang sedikit berbeda pada permainan ini, seperti operasi hitung apa saja yang boleh digunakan, kartu apa saja yang akan digunakan sebagai angka, serta peraturan untuk menentukan siapa yang menang dan siapa yang kalah pada permainan.

Seiring perkembangan zaman, sekarang permainan 24 dapat dimainkan melalui internet, baik pada *website* atau aplikasi *mobile*, dengan tujuan permainan adalah menemukan solusi, bukan mencari pemenang seperti pada permainan kartunya. Pada makalah ini, akan dibahas bagaimana cara membentuk angka 24 dengan melakukan operasi hitung matematis terhadap empat angka yang diberikan. Keempat angka harus dilibatkan dan dimasukkan kedalam perhitungan, tidak boleh ada angka yang tidak diperhitungkan. Keempat angka juga merupakan bilangan bulat. Hanya ada empat operasi hitung yang boleh digunakan, yaitu pertambahan (addition), pengurangan (subtraction), perkalian (multiplication), dan pembagian (division), dan pengurangan (parentheses).

Hal yang diinginkan dalam persoalan ini bukanlah mencari satu jawaban yang tepat, tetapi menemukan semua kemungkinan jawaban, karena solusi yang bisa ditemukan tidak tepat satu solusi, tapi bisa sangat banyak solusi berbeda untuk setiap kombinasi angka yang diberikan. Oleh karena itu, penerapan algoritma *brute force* sangatlah tepat pada persoalan ini. Selain alasan sebelumnya, jumlah kombinasi

angka yang terbatas dan kombinasi operasi hitung yang terbatas juga mengimplikasikan bahwa penggunaan algoritma *brute force* untuk persoalan ini tidak boros dan efisien, serta tidak ada algoritma lain yang dapat diterapkan dalam pencarian semua solusi dari permainan 24.

## II. DASAR TEORI

### A. *Brute Force*

Algoritma *brute force* merupakan salah satu algoritma yang bisa digunakan dalam pencarian solusi. Algoritma ini bersifat *straightforward*, lurus, dan lempeng. Algoritma yang cukup mudah untuk dipahami sekaligus kompleks, karena meskipun penyelesaiannya sangat sederhana, langsung, dan jelas, dibutuhkan juga banyak masukan dan pertimbangan secara logis, sehingga solusi yang diberikan menuju kepada hasil yang diinginkan.

Kekuatan dari algoritma *brute force* antara lain :

- Algoritma *brute force* dapat diterapkan untuk memecahkan hampir sebagian besar masalah (wide applicability).
- Algoritma *brute force* sederhana dan mudah dimengerti.
- Algoritma *brute force* menghasilkan algoritma yang layak untuk beberapa masalah penting seperti pencarian, pengurutan, pencocokan string, perkalian matriks.
- Algoritma *brute force* menghasilkan algoritma baku (standard) untuk tugas-tugas komputasi seperti penjumlahan/perkalian  $n$  buah bilangan, menentukan elemen minimum atau maksimum di dalam senarai (larik).

Kelemahan dari algoritma *brute force* antara lain :

- Algoritma *brute force* jarang menghasilkan algoritma yang mangkus.
- Algoritma *brute force* umumnya lambat untuk masukan berukuran besar sehingga tidak dapat diterima.
- Tidak sekonstruktif/sekreatif strategi pemecahan masalah lainnya.

Ada beberapa *requirements* yang harus dipenuhi dalam penerapan algoritma *brute force*, antara lain :

- **Definiteness:** Setiap langkah pada proses harus dinyatakan secara presisi dan tepat.
- **Effective Computability:** Setiap langkah dalam proses dapat dilakukan oleh komputer
- **Finiteness:** Program memiliki batas dan pada akhirnya akan diterminasi

### B. Permainan 24

Permainan 24 adalah permainan kartu aritmatik dengan objektif dari permainannya adalah membentuk angka 24 dengan memanipulasi empat bilangan bulat. Manipulasi dilakukan dengan melakukan operasi perhitungan terhadap keempat bilangan. Permainan ini sudah mulai dimainkan di Shanghai sejak tahun 1960-an menggunakan kartu remi (*playing cards*). Sekarang permainan ini memiliki banyak variasi aturan dan nama permainan, misalnya Maths24.

Versi original dari permainan ini dimulai dengan membuang semua kartu kerajaan (*jack, queen, dan king*) dari tumpukan kartu. Setiap kartu bernilai sesuai angka-nya, sedangkan kartu as bernilai 1. Setelah itu akan diletakkan empat kartu acak dari tumpukan dan diperlihatkan di atas meja. Pemain pertama yang dapat menjelaskan cara mendapat nilai 24 dengan cara melakukan penambahan, pengurangan, perkalian, pembagian, dan pengurangan keempat angka tersebut menang ronde tersebut dan mengambil keempat kartu pada meja. Jika pada suatu ronde tidak ada pemain yang mengetahui penyelesaiannya, maka keempat kartu akan dimasukkan ke tumpukan dan diacak kembali. Versi lain dari permainan ini adalah diperbolehkannya operasi hitung lain seperti logaritma, pangkat, atau eksponen, digunakannya kartu kerajaan yaitu *jack, queen, dan king* bernilai 11, 12, dan 13 secara terurut, dan pemberian batas waktu atau hukuman bagi yang kalah.

Setiap kombinasi angka berbeda memiliki solusi yang berbeda juga, serta solusi tidak tepat berjumlah satu, tetapi bisa sangat banyak dan bisa juga tidak memiliki solusi. Sebagai contoh, kombinasi angka 3, 2, 4, 5 memiliki beberapa solusi yang mungkin, dua di antaranya  $2 \times ((4 + 5) + 3)$  dan juga  $((3 - 2) + 5) \times 4$ . Contoh lain, kombinasi angka 10, 10, 10, 10 tidak memiliki satupun solusi.

### C. Permutasi

Permutasi dari sebuah himpunan objek yang berbeda dapat didefinisikan sebagai sebuah himpunan terurut dari objek-objek tersebut, atau permutasi juga bisa didefinisikan sebagai pengurutan kembali dari suatu kumpulan objek dalam himpunan dengan urutan yang berbeda dengan urutan sebelumnya.

Suatu himpunan dengan jumlah elemen  $n$  akan memiliki sejumlah  $n!$  ( $n$ -faktorial) permutasi. Permutasi memiliki notasi  $P$ . Jika  $k$  objek diambil dari  $n$  buah objek, maka susunan yang dapat dibentuk disebut  $n$  permutasi  $k$ , dengan notasi  $P(n,k)$ ,  $nPk$  atau  $P_{n,k}$ . Rumus menghitung jumlah permutasi yang mungkin adalah

$$P(n,k) = n(n-1)(n-2)...(n-k+1)$$

(1)

Rumus yang sama dalam bentuk yang lebih sederhana ditulis

$$P(n,k) = n! / (n-k)!$$

(2)

Jika terdapat suatu himpunan A dengan elemen  $\{1, 2, 3, 4\}$ , maka ada sejumlah  $4!$  permutasi alias 24 permutasi. Himpunan seluruh permutasi yang mungkin dari A adalah

- (1, 2, 3, 4), (1, 2, 4, 3), (1, 3, 2, 4),
- (1, 3, 4, 2), (1, 4, 2, 3), (1, 4, 3, 2),
- (2, 1, 3, 4), (2, 1, 4, 3), (2, 3, 1, 4),
- (2, 3, 4, 1), (2, 4, 1, 3), (2, 4, 3, 1),
- (3, 1, 2, 4), (3, 1, 4, 2), (3, 2, 1, 4),
- (3, 2, 4, 1), (3, 4, 1, 2), (3, 4, 2, 1),
- (4, 1, 2, 3), (4, 1, 3, 2), (4, 2, 1, 3),
- (4, 2, 3, 1), (4, 3, 1, 2), (4, 3, 2, 1).

Seluruh kemungkinan permutasi dapat dicari dengan banyak cara, diantaranya secara rekursif dan secara iteratif.

## III. IMPLEMENTASI DAN UJI

Algoritma *brute force* diterapkan dalam pencarian semua solusi permainan 24 dengan mencari semua kemungkinan susunan jawaban dan menghitung hasilnya. Apabila hasil yang didapat pada suatu susunan bernilai 24, maka susunan tersebut akan dimasukkan ke himpunan solusi. Untuk mencari semua kemungkinan susunan, maka digunakan rumus permutasi. Ada tiga elemen susunan yang harus diperhitungkan dalam pencarian seluruh kemungkinan jawaban, yaitu susunan keempat angka, susunan operasi hitung, dan susunan tanda kurung.

### A. Implementasi

#### 1. Permutasi angka

Pada permainan ini diberikan empat buah angka dengan tipe bilangan bulat. Keempat bilangan bulat memiliki empat kemungkinan keunikan elemen, yaitu ada empat elemen unik, tiga elemen unik, dua elemen unik, atau hanya satu elemen unik. Meskipun ada elemen yang bernilai sama dengan elemen lain, tetapi masing-masing elemen tetap dianggap sebagai elemen yang berbeda satu sama lain, karena permutasi merupakan perubahan urutan dari elemen-elemen sehingga tidak melihat nilai elemennya. Oleh karena itu, yang dicari bukanlah seluruh permutasi melainkan seluruh permutasi unik. Sesuai dengan rumus (2), permutasi apabila keempat angka berbeda (empat elemen unik) ada sejumlah

$$P(4,4) = 4! / (4-4)! = 4! = 24 \text{ permutasi}$$

Apabila ada tiga elemen unik, contohnya himpunan {3, 3, 5, 8}, maka akan ada 12 permutasi unik seperti dibawah ini

- (3, 3, 5, 8), (3, 3, 8, 5), (3, 5, 3, 8),
- (3, 5, 8, 3), (3, 8, 3, 5), (3, 8, 5, 3),
- (5, 3, 3, 8), (5, 3, 8, 3), (5, 8, 3, 3),
- (8, 3, 3, 5), (8, 3, 5, 3), (8, 5, 3, 3).

Apabila hanya ada dua elemen unik, contohnya himpunan {1, 2, 1, 2}, maka akan ada 6 permutasi unik seperti dibawah ini

- (1, 1, 2, 2), (1, 2, 1, 2), (1, 2, 2, 1),
- (2, 1, 1, 2), (2, 1, 2, 1), (2, 2, 1, 1).

Kemungkinan terakhir yaitu hanya ada satu elemen unik, contohnya himpunan (10,10,10,10), maka permutasi yang mungkin hanyalah satu yaitu (10,10,10,10).

2. Permutasi operasi hitung (selain kurung)

Ada empat operasi hitung yang boleh digunakan dalam pencarian solusi, yaitu penambahan (+), pengurangan (-), perkalian (×), dan pembagian (÷). Berbeda dengan angka, operasi hitung boleh digunakan berkali-kali pada sebuah solusi atau tidak sama sekali, sebagai contoh, pada kemungkinan solusi dari himpunan angka {3,3,5,8}, operator tambah dapat digunakan tiga kali, sedangkan operasi kurang, kali, dan bagi tidak digunakan sama sekali, seperti pada contoh dibawah ini

$$3 + 5 + 5 + 8$$

Operasi hitung dilakukan tiga kali untuk setiap kemungkinan solusi dan tersedia empat pilihan operasi hitung. Permutasi yang digunakan pada pencarian seluruh permutasi operasi hitung adalah permutasi unik dengan elemen berulang. Operasi hitung yang bisa digunakan adalah {+, -, ×, ÷}.

Karena satu operasi hitung dapat digunakan tiga kali dalam satu permutasi, maka himpunan berulang operasi hitung adalah {+, +, +, -, -, -, ×, ×, ×, ÷, ÷, ÷} dan akan diambil tiga elemen, maka ada 64 permutasi unik yaitu

- (+, +, +), (+, +, -), (+, +, ×),
- (+, +, ÷), (+, -, +), (+, -, -),
- (+, -, ×), (+, -, ÷), (+, ×, +),
- (+, ×, -), (+, ×, ×), (+, ×, ÷),
- (+, ÷, +), (+, ÷, -), (+, ÷, ×),
- (+, ÷, ÷), (-, +, +), (-, +, -),
- (-, +, ×), (-, +, ÷), (-, -, +),
- (-, -, -), (-, -, ×), (-, -, ÷),
- (-, ×, +), (-, ×, -), (-, ×, ×),

- (-, ×, ÷), (-, ÷, +), (-, ÷, -),
- (-, ÷, ×), (-, ÷, ÷), (×, +, +),
- (×, +, -), (×, +, ×), (×, +, ÷),
- (×, -, +), (×, -, -), (×, -, ×),
- (×, -, ÷), (×, ×, +), (×, ×, -),
- (×, ×, ×), (×, ×, ÷), (×, ÷, +),
- (×, ÷, -), (×, ÷, ×), (×, ÷, ÷),
- (÷, +, +), (÷, +, -), (÷, +, ×),
- (÷, +, ÷), (÷, -, +), (÷, -, -),
- (÷, -, ×), (÷, -, ÷), (÷, ×, +),
- (÷, ×, -), (÷, ×, ×), (÷, ×, ÷),
- (÷, ÷, +), (÷, ÷, -), (÷, ÷, ×),
- (÷, ÷, ÷)

Berdasarkan pengamatan, maka jumlah permutasi unik persamaan untuk permutasi angka dan permutasi operasi hitung :

- Empat angka unik :  $24 \times 64 = 1536$  permutasi
- Tiga angka unik :  $12 \times 64 = 768$  permutasi
- Dua angka unik :  $6 \times 64 = 384$  permutasi
- Satu angka unik :  $1 \times 64 = 64$  permutasi

3. Susunan pengurangan (parenthesis)

Jika {A, B, C, D} melambangkan keempat angka, dan ^ melambangkan operator hitung, maka kemungkinan peletakkan kurung ada sejumlah 3! yaitu 6 kemungkinan.

TABEL A.3.1 Permutasi kurung awal

NO.	Permutasi kurung	Urutan operasi
1.	$((A \wedge B) \wedge C) \wedge D$	1, 2, 3
2.	$(A \wedge B) \wedge (C \wedge D)$	1, 3, 2
3.	$(A \wedge (B \wedge C)) \wedge D$	2, 1, 3
4.	$A \wedge ((B \wedge C) \wedge D)$	2, 3, 1
5.	$((A \wedge B) \wedge (C \wedge D))$	3, 1, 2
6.	$A \wedge (B \wedge (C \wedge D))$	3, 2, 1

Berdasarkan permutasi pada tabel, permutasi nomor 2 dan 5 akan selalu menghasilkan jawaban yang sama,

oleh karena itu permutasi nomor 5 bisa dihapus, sehingga permutasi yang dipakai menjadi

TABEL A.3.2 Permutasi kurung unik

NO.	Permutasi kurung	Urutan operasi
1.	$((A \wedge B) \wedge C) \wedge D$	1, 2, 3
2.	$((A \wedge B) \wedge (C \wedge D))$	1, 3, 2 3, 1, 2
3.	$((A \wedge (B \wedge C)) \wedge D)$	2, 1, 3
4.	$(A \wedge ((B \wedge C) \wedge D))$	2, 3, 1
5.	$(A \wedge (B \wedge (C \wedge D)))$	3, 2, 1

Peletakkan kurung yang berbeda bisa memberikan nilai yang berbeda ataupun sama, sebagai contoh, jika permutasi angka adalah {2, 3, 5, 7} dan permutasi operator hitung {+, -, ×}, maka nilai dari setiap kemungkinan peletakkan kurung

TABEL A.3.3 Permutasi kurung persamaan 1

NO.	Permutasi kurung	Hasil
1.	$((2 + 3) - 5) \times 7$	0
2.	$((2 + 3) - (5 \times 7))$	-30
3.	$((2 + (3 - 5)) \times 7)$	0
4.	$(2 + ((3 - 5) \times 7))$	-12
5.	$(2 + (3 - (5 \times 7)))$	-30

Dilihat dari tabel A.3.3, hasil permutasi 1 sama dengan hasil permutasi 3, dan hasil permutasi 2 sama dengan hasil permutasi 5.

Untuk permutasi angka yang sama dengan permutasi operator hitung {+, ÷, ×}

TABEL A.3.4 Permutasi kurung persamaan 2

NO.	Permutasi kurung	Hasil
1.	$((2 + 3) \div 5) \times 7$	7
2.	$((2 + 3) \div (5 \times 7))$	0.1428

3.	$((2 + (3 \div 5)) \times 7)$	18.2
4.	$(2 + ((3 \div 5) \times 7))$	6.2
5.	$(2 + (3 \div (5 \times 7)))$	2.0857

Dilihat dari tabel A.3.4, tidak ada permutasi yang memberikan hasil yang sama.

Untuk permutasi angka yang sama dengan permutasi operator hitung {×, +, +}

TABEL A.3.5 Permutasi kurung persamaan 3

NO.	Permutasi kurung	Hasil
1.	$((2 \times 3) + 5) + 7$	18
2.	$((2 \times 3) + (5 + 7))$	18
3.	$((2 \times (3 + 5)) + 7)$	23
4.	$(2 \times ((3 + 5) + 7))$	30
5.	$(2 \times (3 + (5 + 7)))$	30

Dilihat dari tabel A.3.5, hasil permutasi 1 sama dengan hasil permutasi 2, dan hasil permutasi 4 sama dengan hasil permutasi 5.

Berdasarkan tabel A.3.3, tabel A.3.4, dan tabel A.3.5 dapat disimpulkan bahwa benar peletakkan kurung mempengaruhi nilai hasil persamaan, serta kelima permutasi kurung dapat memberikan hasil yang berbeda.

Hingga tahap ini jumlah permutasi unik persamaan untuk permutasi angka, permutasi operasi hitung, dan permutasi kurung adalah

- Empat angka unik :  
 $24 \times 64 \times 5 = 7680$  permutasi
- Tiga angka unik :  
 $12 \times 64 \times 5 = 3840$  permutasi
- Dua angka unik :  
 $6 \times 64 \times 5 = 1920$  permutasi
- Satu angka unik :  
 $1 \times 64 \times 5 = 320$  permutasi

#### 4. Menghitung solusi

Setiap permutasi persamaan dihitung, apabila persamaan tersebut bernilai 24 maka persamaan tersebut dimasukkan ke dalam himpunan solusi. Himpunan solusi memiliki kemungkinan tidak memiliki elemen sama sekali, memiliki satu elemen, atau memiliki banyak elemen.

#### B. Uji dan Hasil Uji

Pengujian dilakukan dengan membuat program menggunakan bahasa pemrograman python. Permutasi dicari dengan memanfaatkan fungsi `multiset_permutations` pada library `sympy`.

##### 1. Angka 1, 2, 3, 4

Ditemukan 242 solusi, 20 solusi diantaranya

- $((1 + 2) + 3) \times 4 = 24$
- $(1 + (2 + 3)) \times 4 = 24$
- $((1 \times 2) \times 3) \times 4 = 24$
- $(1 \times 2) \times (3 \times 4) = 24$
- $(1 \times (2 \times 3)) \times 4 = 24$
- $(1 \times ((2 \times 3) \times 4)) = 24$
- $(1 \times (2 \times (3 \times 4))) = 24$
- $((1 \times 2) \times 4) \times 3 = 24$
- $(1 \times 2) \times (4 \times 3) = 24$
- $((1 \times (2 \times 4)) \times 3) = 24$
- $(1 \times ((2 \times 4) \times 3)) = 24$
- $(1 \times (2 \times (4 \times 3))) = 24$
- $((1 + 3) + 2) \times 4 = 24$
- $(1 + (3 + 2)) \times 4 = 24$
- $((1 + 3) \times (2 + 4)) = 24$
- $((1 \times 3) \times 2) \times 4 = 24$
- $((1 \times 3) \times (2 \times 4)) = 24$
- $((1 \times (3 \times 2)) \times 4) = 24$
- $(1 \times ((3 \times 2) \times 4)) = 24$
- $(1 \times (3 \times (2 \times 4))) = 24$

Berdasarkan hasil pengujian, angka  $\{1,2,3,4\}$  memiliki sangat banyak himpunan solusi, alasannya adalah himpunan angka merupakan faktor dari 24 dan himpunan angka dapat dimanipulasi sehingga menghasilkan faktor dari 24. Pada solusi nomor 1, angka 1, 2, dan 3 ditambahkan sehingga menghasilkan angka 6 yang merupakan faktor dari 24. Pada solusi nomor 15, angka 1 dan 3 ditambahkan menjadi 4 yang merupakan faktor dari 24 dan angka 2 dan 4 juga ditambahkan menjadi 6 yang juga merupakan faktor dari 24.

##### 2. Angka 5, 7, 9, 10

Ditemukan 6 solusi, yaitu

- $((5 \times (10 - 7)) + 9) = 24$
- $(9 - (5 \times (7 - 10))) = 24$
- $(9 + (5 \times (10 - 7))) = 24$
- $(9 - ((7 - 10) \times 5)) = 24$
- $(9 + ((10 - 7) \times 5)) = 24$
- $((10 - 7) \times 5) + 9 = 24$

Berdasarkan pengamatan, meskipun semua angka yang diberikan tidak ada yang merupakan faktor dari 24, angka-angka masih bisa menghasilkan nilai 24.

##### 3. Angka 2, 3, 5, 7

Ditemukan 46 solusi, yaitu

- $((2 + (3 \times 5)) + 7) = 24$
- $(2 + ((3 \times 5) + 7)) = 24$
- $((2 + (5 \times 3)) + 7) = 24$
- $(2 + ((5 \times 3) + 7)) = 24$
- $((2 + 7) + (3 \times 5)) = 24$
- $(2 + (7 + (3 \times 5))) = 24$
- $((2 + 7) + (5 \times 3)) = 24$
- $(2 + (7 + (5 \times 3))) = 24$
- $(3 - ((2 - 5) \times 7)) = 24$
- $(3 + ((5 - 2) \times 7)) = 24$
- $((3 \times 5) + 2) + 7 = 24$
- $((3 \times 5) + (2 + 7)) = 24$
- $((3 \times 5) + 7) + 2 = 24$
- $((3 \times 5) + (7 + 2)) = 24$
- $(3 - (7 \times (2 - 5))) = 24$
- $((3 \times 7) - 2) + 5 = 24$
- $((3 \times 7) - (2 - 5)) = 24$
- $(3 + (7 \times (5 - 2))) = 24$
- $((3 \times 7) + 5) - 2 = 24$
- $((3 \times 7) + (5 - 2)) = 24$
- $((5 - 2) + (3 \times 7)) = 24$
- $(5 - (2 - (3 \times 7))) = 24$
- $((5 - 2) + (7 \times 3)) = 24$
- $(5 - (2 - (7 \times 3))) = 24$
- $((5 - 2) \times 7) + 3 = 24$
- $((5 \times 3) + 2) + 7 = 24$
- $((5 \times 3) + (2 + 7)) = 24$
- $((5 + (3 \times 7)) - 2) = 24$
- $(5 + ((3 \times 7) - 2)) = 24$
- $((5 \times 3) + 7) + 2 = 24$
- $((5 \times 3) + (7 + 2)) = 24$
- $((5 + (7 \times 3)) - 2) = 24$
- $(5 + ((7 \times 3) - 2)) = 24$
- $((7 + 2) + (3 \times 5)) = 24$
- $(7 + (2 + (3 \times 5))) = 24$
- $((7 + 2) + (5 \times 3)) = 24$
- $(7 + (2 + (5 \times 3))) = 24$
- $((7 \times 3) - 2) + 5 = 24$
- $((7 \times 3) - (2 - 5)) = 24$
- $((7 + (3 \times 5)) + 2) = 24$
- $(7 + ((3 \times 5) + 2)) = 24$
- $((7 \times 3) + 5) - 2 = 24$
- $((7 \times 3) + (5 - 2)) = 24$
- $((7 \times (5 - 2)) + 3) = 24$
- $((7 + (5 \times 3)) + 2) = 24$
- $(7 + ((5 \times 3) + 2)) = 24$

Berdasarkan pengamatan, meskipun semua angka yang diberikan merupakan bilangan prima, angka-angka masih bisa menghasilkan nilai 24. Pada solusi nomor 9 dapat dilihat bahwa operasi perhitungan dua angka bisa saja menghasilkan nilai negatif namun masih bisa menghasilkan nilai 24 setelah semua angka dihitung.

4. Angka 9, 9, 4, 5

Ditemukan 4 solusi

1.  $(4 \times (5 + (9 \div 9))) = 24$
2.  $(4 \times ((9 \div 9) + 5)) = 24$
3.  $((5 + (9 \div 9)) \times 4) = 24$
4.  $((9 \div 9) + 5) \times 4 = 24$

Berdasarkan pengamatan, walaupun ada dua angka yang bernilai sama tetapi tetap bisa menghasilkan nilai 24.

5. Angka 4, 4, 4, 4

Ditemukan 6 solusi

1.  $((4 + 4) + (4 \times 4)) = 24$
2.  $(4 + (4 + (4 \times 4))) = 24$
3.  $((4 + (4 \times 4)) + 4) = 24$
4.  $(4 + ((4 \times 4) + 4)) = 24$
5.  $((4 \times 4) + 4) + 4 = 24$
6.  $((4 \times 4) + (4 + 4)) = 24$

Berdasarkan pengamatan, meskipun semua angka yang diberikan bernilai sama, nilai 24 masih tetap bisa dihasilkan. Cara untuk menghasilkan nilai 24 dari empat angka yang sama juga bisa saja lebih dari satu cara.

6. Angka 5, 5, 5, 5

Ditemukan 1 solusi yaitu  $((5 \times 5) - (5 \div 5)) = 24$ . Berdasarkan pengamatan, himpunan angka tertentu hanya memiliki satu solusi untuk menghasilkan nilai 24.

7. Angka 10, 10, 2, 4

Ditemukan 4 solusi, yaitu

1.  $((2 + (4 \div 10)) \times 10) = 24$
2.  $((4 \div 10) + 2) \times 10 = 24$
3.  $(10 \times (2 + (4 \div 10))) = 24$
4.  $(10 \times ((4 \div 10) + 2)) = 24$

Berdasarkan pengamatan, hasil operasi hitung antara dua angka tidak harus merupakan bilangan bulat agar dapat menghasilkan nilai 24 setelah semua angka dihitung. Pada solusi nomor 1 dapat dilihat bahwa 4 dibagi 10 menghasilkan 0,4, lalu ditambah 2 menghasilkan 2,4, dan terakhir dikali 10 sehingga menghasilkan 24.

8. Angka 8, 8, 9, 10

Tidak ditemukan solusi. Berdasarkan pengamatan, himpunan angka tertentu bisa saja tidak memiliki solusi untuk menghasilkan nilai 24

9. Angka 28, 32, 36, 60

Ditemukan 2 solusi, yaitu

1.  $((36 + 60) \div (32 - 28)) = 24$
2.  $((60 + 36) \div (32 - 28)) = 24$

Berdasarkan pengamatan, meskipun semua angka yang diberikan bernilai lebih dari 24 tetapi

perhitungan keempat angka tersebut masih bisa menghasilkan nilai 24.

10. Angka 1, 1, 2, 4

Tidak ditemukan solusi. Berdasarkan pengamatan, meskipun keempat angka yang diberikan merupakan faktor dari 24, kemungkinan bahwa keempat angka tidak bisa dilakukan perhitungan untuk mendapatkan nilai 24 masih ada.

#### IV. KESIMPULAN

Berdasarkan analisis serta hasil pengujian, dapat disimpulkan bahwa algoritma *brute force* dapat digunakan untuk mencari semua solusi dari permainan 24 dengan mencari semua permutasi unik dari empat angka yang diberikan, permutasi unik dari himpunan berulang operasi hitung, serta permutasi unik dari peletakkan kurung pada persamaan. Penerapan algoritma *brute force* tepat digunakan pada persoalan ini karena persoalan ini memenuhi tiga syarat yang harus dipenuhi yaitu,

1. Definiteness

Setiap langkah pada persoalan ini dinyatakan dengan tepat. Langkah pertama adalah mencari semua permutasi unik dari empat angka. Langkah kedua adalah mencari semua permutasi unik dari himpunan berulang operasi hitung. Langkah ketiga adalah mencari semua permutasi unik peletakkan kurung pada persamaan. Langkah keempat adalah menggabungkan ketiga elemen tersebut. Langkah kelima adalah menghitung semua persamaan yang dihasilkan, apabila bernilai 24 maka akan dimasukkan ke himpunan solusi.

2. Effective Computability

Setiap langkah dalam proses dapat dilakukan oleh komputer. Pencarian permutasi unik dapat dilakukan dengan memanfaatkan library *sympy*. Perulangan dan perhitungan nilai setiap persamaan juga dapat dilakukan oleh komputer. Pada makalah ini digunakan bahasa pemrograman *python* untuk mengimplementasikan algoritma *brute force* dalam mencari semua solusi permainan 24.

3. Finiteness

Program memiliki batas dan pada akhirnya akan diterminasi. Jumlah permutasi kemungkinan solusi paling banyak adalah ketika keempat angka bernilai unik, yaitu sebanyak 7680 permutasi. Setelah semua permutasi dihitung nilainya maka program akan diterminasi.

#### VIDEO LINK AT YOUTUBE

Video makalah ini dapat diakses melalui URL [https://youtu.be/ThL\\_2axp00I](https://youtu.be/ThL_2axp00I)

#### ACKNOWLEDGMENT

Pertama-tama ucapan terima kasih saya sampaikan kepada Tuhan yang Maha Esa, Allah Subhanahu wa ta'ala, karena karunia dan nikmatnya-lah saya berhasil menyelesaikan tugas

pembuatan makalah Strategi Algoritma ini. Ucapan terima kasih juga saya ucapkan kepada dosen mata kuliah ini yang telah mengajari saya selama semester 4 ini sehingga saya berhasil memahami materi yang diberikan dan menyelesaikan pembuatan makalah ini. Saya juga berterima kasih kepada semua orang yang telah membantu saya dalam pembuatan makalah ini. Terakhir, saya berterima kasih kepada semua sumber yang saya gunakan dalam penyelesaian makalah ini. Semoga Tuhan yang Maha Kuasa membalas semua kebaikan yang telah diberikan kepada saya, Aamiin.

#### REFERENCES

- [1] Rinaldi Munir. (2021). "Algoritma *Brute Force* (Bagian 1)". Diakses dari [https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Stmik/2020-2021/Algoritma-Brute-Force-\(2021\)-Bag1.pdf](https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Stmik/2020-2021/Algoritma-Brute-Force-(2021)-Bag1.pdf) pada tanggal 6 Mei 2021.
- [2] Rinaldi Munir. (2021). "Algoritma *Brute Force* (Bagian 2)". Diakses dari [https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Stmik/2020-2021/Algoritma-Brute-Force-\(2021\)-Bag2.pdf](https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Stmik/2020-2021/Algoritma-Brute-Force-(2021)-Bag2.pdf) pada tanggal 6 Mei 2021.
- [3] Admin. "Permutasi dan Kombinasi". Diakses dari <http://emodul-matematika.fmipa.unej.ac.id/ModulKombinatorika/PermutasiKombinasi.html> pada tanggal 6 Mei 2021.

- [4] Admin. "24Game How to Play". Diakses dari <https://www.24game.com/t-about-howtoplay.aspx> pada tanggal 6 Mei 2021.
- [5] Admin. (2020). "Brute Force Algorithms Explained". Diakses dari <https://www.freecodecamp.org/news/brute-force-algorithms-explained/> pada tanggal 7 Mei 2020.
- [6] Dinand. "Pengertian Algoritma Brute Force dan Greedy – Kelebihan dan Kekurangan". Diakses dari <https://dosenit.com/ilmu-komputer/pengertian-algoritma-brute-force-dan-greedy> pada tanggal 6 Mei 2021

#### PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 7 Mei 2021



Farhan Nur Hidayat Denira 13519071